

MATEMATICA III

Scheda 3

1) Disegnare i domini ai quali si riferiscono gli integrali e invertire l'ordine di integrazione

$$a) \int_0^4 \left(\int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy \right) dx \quad \int_0^1 \left(\int_{2x}^{3x} f(x, y) dy \right) dx \quad \int_1^2 \left(\int_0^{\sqrt{4x-x^2}} f(x, y) dy \right) dx$$

2) Calcolare i seguenti integrali doppi

$$\iint_T |xy| dx dy \quad T \text{ è il triangolo di vertici } A=(-1,0) \quad B=(0,1) \quad C=(1,0)$$

$$\iint_T x \cos y dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$$

$$\iint_T \log(x-1)^2 dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 2 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq x\}$$

$$\iint_T (x^2 - y) dx dy \quad T \text{ è la parte di piano limitata dalle parabole } y = x^2 \quad \text{e} \quad y = \sqrt{x}$$

3) Calcolare i seguenti integrali doppi

$$a) \iint_D (1 - x^2 - y^2)^{3/2} dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1/4\}$$

$$b) \iint_D \frac{x+y}{(x-y)^2 + 1} dx dy \quad D = \{0 \leq x+y \leq 1; 0 \leq x-y \leq 1\}$$

$$c) \iint_D xy dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, 4y \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$$

$$d) \iint_T \frac{x^2}{y} dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 1/2 \leq xy \leq 1, 2 \leq \frac{y}{x^2} \leq 3\}$$

$$e) \iint_T \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 3 \leq x^2 + y^2 \leq 2y\}$$

3) Calcolare il volume del solido limitato dal piano $z=0$, dal cilindro $x^2 + 4y^2 = 1$ e dalla superficie $z = 1 - x^2 - 4y^2$

4) Dire se esiste l'integrale improprio esteso a \mathbf{R}^2 della funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{x^2+y^2}}{\pi^{x^2+y^2}}$$

e in caso affermativo calcolarlo

5) Calcolare se esiste

$$\iint_T y^{-1} \exp\left(\frac{-x}{\sqrt{y}}\right) dx dy \quad T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq y \leq 2, 0 \leq x \leq \sqrt{y}\}$$

6) Determinare per quali a esiste finito

$$\iint_{\mathbf{R}^2} \frac{(x^2 + y^2)^a}{1 - \cos(x^2 + y^2)} dx dy$$