$\mathbb{MATEMATICA}$ $\mathbb{III}$ a.a. 2014-2015
Scheda 2
1) Calcolare la lunghezza dell'arco di curva di equazioni paramериche
$r(t) = (t^3, t^2) \quad -1 \leq t \leq 2$

2) Calcolare

$$\int_{\overrightarrow{r}} xy \ ds$$

dove γ è la curva di equazione cartesiana $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

3) Sia

$$\overrightarrow{r(t)} = (t, t^2/2) \qquad \text{t} \in [0,1]$$

stabilire se $\overrightarrow{r}$ è una curva regolare e calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_{\overrightarrow{r}} \frac{xy \ \sin y}{\sqrt{1+x^2}} ds$$

4) Sia G l'insieme degli zeri della funzione

$$f(x,y) = e^{2y^2+y} - x - x^3 - 1$$

Si dimostri che nell'intorno del punto (0,0) G è il grafico di una funzione $y = g(x)$.

Determinare il polinomio di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x = 0$ *di g*. Calcolare

$$\lim_{x \to o^+} \frac{g(x)}{x^2}$$

5) Sia G l'insieme degli zeri della funzione
$f(x,y) = y^3 + \log(x+y) - xy - \log 2$ definita nel semipiano E=$\{(x,y) \in \mathbf{R}^2; x+y>0\}$.
Si dimostri che nell'intorno del punto (1,1) G è il grafico di una funzione $y = g(x)$ e si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $x^\circ = 1$

6) Sia $\quad f(x,y) = e^{xy} - (1+x)y^2$
Stabilire quante funzioni y=g(x) sono definite implicitamente dall'equazione $f(x,y) = 0$ in un intorno di x=0.
Determinare quale di esse ha un punto critico in x=0 e stabilirne la natura.

7) Sia $\quad f(x,y) = xe^y + ye^x$
Dimostrare che l'equazione $f(x,y) = 0$ definisce implicitamente in un intorno del punto (0,0) una funzione $y = g(x)$.

8) Sia G=$\{(x,y) \in \mathbf{R}^2; (x+y)e^{(x+y)} - x^2 - 2x - 3/4 = 0\}$.Dimostrare che in un intorno del punto (-1/2,1/2) G è il grafico di una funzione y=g(x).Stabilire la natura del punto x=-1/2 per la funzione g.

9)Sia $\quad f(x,y,z) = e^z + x^2y^2z - e^{xy} - y^4 + x^4$

Dimostrare che l'equazione f(x,y,z)=0 determina una funzione implicita z=g(x,y) in un intorno dell'origine.

Riconoscere che l'origine è un punto critico per g. Determinarne la natura.