

**Corsi di ISTITUZIONI DI ANALISI NUMERICA e di FONDAMENTI DI
ANALISI NUMERICA
Esercitazioni in Laboratorio**

Foglio 4: RISOLUZIONE NUMERICA DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

A. Scrivere il codice **multistep** per la discretizzazione di equazioni differenziali ordinarie. Il codice può essere trascritto dal manuale Matematica Numerica di Quarteroni, Sacco, Saleri, dopo aver apportato le modifiche discusse in classe.

B. Laboratorio MATLAB

1. Sono assegnati i seguenti problemi di Cauchy, dei quali è riportata la soluzione esatta:

$$\begin{cases} y'(t) = \sin(t)(1 + \cos(t) - y(t)), \\ y(0) = 3, \end{cases} \quad y(t) = 2 + \cos(t)$$

$$\begin{cases} y'(t) = (2t + y(t))^2, \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad y(t) = \sqrt{2} \tan(\sqrt{2}t) - 2t$$

$$\begin{cases} y'(t) = y(t)(1 - y(t)), \\ y(0) = 0.5, \end{cases} \quad y(t) = \frac{e^t}{1 + e^t}$$

$$\begin{cases} y'(t) = 16y(t)(1 - y(t)), \\ y(0) = \frac{1}{1024}, \end{cases} \quad y(t) = \frac{e^{(16t - \log_e(1023))}}{1 + e^{(16t - \log_e(1023))}}.$$

Scrivere uno script che utilizzi il codice **multistep** per risolvere numericamente - nell'intervallo temporale $[t_0, t_N] = [0, 1]$, con passo $h = 0.01$ - i problemi di Cauchy assegnati con i metodi di Eulero, di Eulero implicito, di Crank Nicolson, del punto medio, di Simpson, di Adams-Bashforth a due passi [AB2], di Adams-Moulton a due passi [AM3] e BDF a due passi. Per i metodi impliciti fissare tolleranza $1.e - 8$ e numero massimo di iterate 20. Per i metodi a più passi utilizzare il metodo di Heun per calcolare i valori di innesco. Calcolare la norma infinito del vettore degli errori calcolati sui tempi discreti $t_n = t_0 + hn$, $n = 0, \dots, N$, dove $N = (t_N - t_0)/h$. Produrre il grafico della soluzione esatta e della soluzione approssimata in sovrapposizione, e il grafico del valore assoluto dell'errore di approssimazione.

2. Studiare l'help delle functions **ode45** e **ode15s** e utilizzarli per la soluzione numerica dei problemi di Cauchy elencati al punto 1. Visualizzare soluzione ed errore come al punto precedente.