

**Corsi di ISTITUZIONI DI ANALISI NUMERICA e di FONDAMENTI DI  
ANALISI NUMERICA  
Esercitazioni in Laboratorio**

Foglio 4: RISOLUZIONE NUMERICA DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

**A.** Scrivere il codice **multistep** per la discretizzazione di equazioni differenziali ordinarie. Il codice può essere trascritto dal manuale Matematica Numerica di Quarteroni, Sacco, Saleri, dopo aver apportato le modifiche discusse in classe.

**B.** Laboratorio MATLAB

1. Sono assegnati i seguenti problemi di Cauchy, dei quali è riportata la soluzione esatta:

$$\begin{cases} y'(t) = \sin(t)(1 + \cos(t) - y(t)), \\ y(0) = 3, \end{cases} \quad y(t) = 2 + \cos(t)$$

$$\begin{cases} y'(t) = (2t + y(t))^2, \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad y(t) = \sqrt{2} \tan(\sqrt{2}t) - 2t$$

$$\begin{cases} y'(t) = y(t)(1 - y(t)), \\ y(0) = 0.5, \end{cases} \quad y(t) = \frac{e^t}{1 + e^t}$$

$$\begin{cases} y'(t) = 16y(t)(1 - y(t)), \\ y(0) = \frac{1}{1024}, \end{cases} \quad y(t) = \frac{e^{(16t - \log_e(1023))}}{1 + e^{(16t - \log_e(1023))}}.$$

Scrivere uno script che utilizzi il codice **multistep** per risolvere numericamente - nell'intervallo temporale  $[t_0, t_N] = [0, 1]$ , con passo  $h = 0.01$  - i problemi di Cauchy assegnati con i metodi di Eulero, di Eulero implicito, di Crank Nicolson, del punto medio, di Simpson, di Adams-Bashforth a due passi [AB2], di Adams-Moulton a due passi [AM3] e BDF a due passi. Per i metodi impliciti fissare tolleranza  $1.e - 8$  e numero massimo di iterate 20. Per i metodi a più passi utilizzare il metodo di Heun per calcolare i valori di innesco. Calcolare la norma infinito del vettore degli errori calcolati sui tempi discreti  $t_n = t_0 + hn$ ,  $n = 0, \dots, N$ , dove  $N = (t_N - t_0)/h$ . Produrre il grafico della soluzione esatta e della soluzione approssimata in sovrapposizione, e il grafico del valore assoluto dell'errore di approssimazione.

2. Studiare l'help delle functions **ode45** e **ode15s** e utilizzarli per la soluzione numerica dei problemi di Cauchy elencati al punto 1. Visualizzare soluzione ed errore come al punto precedente.