

LABORATORIO DI PROGRAMMAZIONE E CALCOLO

Prova scritta del 19 Settembre 2014

Docenti: B. Della Vecchia e S. Finzi Vita

Esercizio 1. Scrivere un programma in C++ strutturato in funzioni che:

1. legge un intero positivo n e una tolleranza $\varepsilon > 0$;
2. legge una matrice triangolare superiore A ($n \times n$) e un vettore \mathbf{b} ($n \times 1$) di numeri reali ;
3. genera la successione di vettori \mathbf{x}^k , a partire da $\mathbf{x}^0 = \mathbf{b}$, risolvendo ad ogni iterazione col metodo di risalita il sistema lineare:

$$A\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k, \text{ per } k = 0, 1, \dots$$

4. si arresta se la norma del massimo del vettore differenza ($\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k$) diventa minore di ε o se si superano le 20 iterazioni ;
5. stampa l'ultimo vettore calcolato e il valore di k corrispondente.

Esercizio 2. Scrivere un programma in C++ strutturato in funzioni che:

1. acquisisce da tastiera un intero positivo N ;
2. riempie un vettore \mathbf{d} con tutti i divisori propri (cioè escluso il numero stesso) di N ;
3. stampa il vettore precedente;
4. dichiara se il numero N è *perfetto* (se cioè la somma dei divisori propri di N è uguale a N) oppure no. Per esempio 6 è perfetto ($6 = 1 + 2 + 3$), mentre 8 no ($8 \neq 1 + 2 + 4$).

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = x^2 - 3.$$

1. Scrivere (applicando il metodo di Newton alla funzione f) un algoritmo per approssimare la radice di 3 (del tipo $x_{n+1} = g(x_n)$).
2. Calcolare i primi due valori, partendo da $x_0 = 2$.
3. Suggeste un possibile criterio di arresto per ottenere un errore inferiore a una tolleranza ε data.
4. Qual è l'ordine di convergenza dell'algoritmo?