

LABORATORIO DI PROGRAMMAZIONE E CALCOLO

Prova scritta del 21 Luglio 2014

Docenti: B. Della Vecchia e S. Finzi Vita

Esercizio 1. Scrivere un programma in C++ strutturato in funzioni che:

1. letto un intero positivo m , riempie una matrice A di dimensioni $m \times m$ i cui elementi sono dati da

$$A_{i,j} = (i + j) \mod m \quad \text{per } i, j = 1, \dots, m$$

dove $(k) \mod m$ indica il resto della divisione di k per m ;

2. legge un vettore $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_m)$ a m componenti reali non nulle ;
3. calcola il numero $s = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ mediante il prodotto righe per colonne e lo stampa (nel prodotto i vettori s'intendono come vettori colonna, i loro trasposti come vettori riga).

Esercizio 2. Scrivere un programma che :

1. acquisisce da tastiera un intero positivo $N < 30$ e un numero reale $a \in (0, 1)$;
2. calcola i termini della successione

$$x_{k+1} = 3x_k(1 - x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad x_0 = a$$

fermandosi quando la differenza in valore assoluto fra due termini successivi risulti minore di 10^{-5} oppure k raggiunga N ;

3. alla fine stampa a video il numero K di iterazioni effettuate, l'ultimo termine calcolato x_K , oltre ai valori massimo e minimo assunti dalla successione;
4. detta $f(x)$ la funzione definita nell'intervallo $[0, K]$ tale che sugli interi valga $f(k) = x_k$, approssimare col metodo dei trapezi ripetuto l'integrale

$$\int_0^K f(x) dx.$$

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x + x - 2.$$

1. Dimostrare che f possiede una sola radice \bar{x} nell'intervallo $[0, 1]$ e che non ne ammette altre altrove.
2. Determinare quante iterazioni del metodo di bisezione sono necessarie per approssimare \bar{x} con la certezza di almeno cinque cifre decimali corrette.