

LABORATORIO DI PROGRAMMAZIONE E CALCOLO

Prova scritta del 3 Febbraio 2014

Docenti: B. Della Vecchia e S. Finzi Vita

Esercizio 1 Scrivere un programma in C++ strutturato in funzioni che:

1. legge da tastiera un intero m con $2 \leq m \leq 30$;
2. legge da tastiera un vettore \mathbf{z}_0 di dimensione m e una matrice quadrata B $m \times m$ con elementi reali di tipo float;
3. costruisce le successioni di vettori \mathbf{z}_k e scalari t_k definite da
 - (a) $t_k = \frac{\mathbf{z}_k^T B \mathbf{z}_k}{\mathbf{z}_k^T \mathbf{z}_k}, \quad k \geq 0$
 - (b) $\mathbf{z}_{k+1} = B \mathbf{z}_k, \quad k \geq 0$
4. arresta il ciclo quando l'indice k supera 200 o quando $\|\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{z}_k\| \leq 10^{-6}$;
5. stampa sullo schermo solo l'ultimo vettore \mathbf{z}_k e l'ultimo scalare t_k calcolati.

(N.B. $\|\mathbf{z}\|$ indica la norma euclidea del vettore \mathbf{z} , i vettori sono supposti come vettori colonna, quindi \mathbf{z}^T indicherà il suo trasposto, cioè un vettore riga)

Esercizio 2 Scrivere un programma in C++ strutturato in funzioni che:

1. legge da tastiera un intero positivo $n \leq 10$ e un vettore \mathbf{z} a n componenti reali non nulle;
2. riempie il vettore $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^s$ delle componenti positive di \mathbf{z} (quindi $0 \leq s \leq n$);
3. se $s = 0$ stampa 'ERRORE' ed esce, altrimenti calcola il numero

$$p = \frac{\prod_{i=1}^s u_i}{(\max_i z_i)^s};$$

4. calcola la successione x_k definita ricorsivamente da

$$x_0 = 0.5, \quad x_{k+1} = p x_k (1 - x_k), \quad k = 0, 1, \dots,$$

arrestandosi quando $|x_k| < 0.0001$ oppure se k supera 20, e stampando il valore finale.

Esercizio 3 Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{-x} - 5x^3.$$

1. Dimostrare che f possiede una sola radice \bar{x} nell'intervallo $[0, 1]$ e che non ne ammette altre altrove.
2. Determinare quante iterazioni del metodo di bisezione sono necessarie per approssimare \bar{x} con la certezza di almeno quattro cifre decimali corrette.