Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma

Prova scritta del Corso di Analisi Numerica - appello straordinario
12/11/2013

1. Dati la matrice $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$ ed il vettore $b \in \mathbb{R}^5$

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1.7 & -2 & -1 & 2.5 \\ 0.8 & 4.1 & 3 & 0.5 & 0 \\ 1.4 & -0.3 & -6 & -0.2 & -0.4 \\ -1 & 1.2 & 0.6 & -2 & 0 \\ -0.5 & -0.6 & 0 & 0.1 & -3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

   (a) dimostrare che il sistema lineare $Ax = b$ ammette un'unica soluzione;

   (b) dimostrare che il metodo di Jacobi applicato al sistema lineare $A^T x = b$ è convergente.

2. Assegnato l'integrale

$$\int_0^{0.1} \mathrm{e}^{x+0.9} dx,$$

   stimare il numero minimo di sottointervalli necessari per avere un errore minore di $5 \cdot 10^{-6}$ usando la formula del rettangolo composita.

3. Assegnato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{4\mathrm{i}-3}{5} y(t) & t > 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

   stabilire per quali valori del passo di discretizzazione h lo schema di Eulero esplicito è assolutamente stabile.