Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma

Prova scritta del Corso di Analisi Numerica - 20 Settembre 2013

1. Assegnata la matrice $A \in \mathbb{R}^{4\times 4}$

$$A = \begin{pmatrix} 1.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 8.5 & 1 \\ 0 & 0.5 & 1 & -13 \end{pmatrix}$$

   (a) Stabilire, senza ricorrere al calcolo esplicito del determinante o dello spettro, se

      i. A è non singolare;
      ii. gli autovalori di A sono reali;
      iii. gli autovalori di A sono semplici;
      iv. A è diagonalizzabile;
      v. A è diagonalizzabile tramite trasformazione di similitudine ortogonale.

   (b) Verificare che sono soddisfatte le ipotesi del metodo delle potenze e scrivere la chiamata al relativo codice MATLAB, arrestando le iterazioni quando la distanza tra due approssimazioni successive è minore di 10^{-8} o quando sono state già effettuate 100 iterazioni.

2. Si consideri $I(f) = \int_0^1 f(x)dx$ con $f \in C^2[0,1]$. Se la derivata seconda è monotona in $[0,1]$, possiamo garantire che l'approssimazione di $I(f)$ fornita dalla formula dei trapezi sarà sempre per difetto o per eccesso qualunque sia il numero dei nodi?

3. Scrivere la function MATLAB **trapezi1** che compie un passo del metodo di Crank Nicolson per la soluzione numerica di una equazione differenziale *scalare* del primo ordine facendo uso del metodo di Newton.