Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma

Prova scritta del Corso di Analisi Numerica - 10 Settembre 2013

1. Assegnata la matrice $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0.8 & 1.4 & -1 & -0.5 \\ 1.7 & 4.1 & -0.3 & 1.2 & -0.6 \\ -2 & 3 & -6 & 0.6 & 0 \\ -1 & 0.5 & -0.2 & -2 & 0.1 \\ 2.5 & 0 & -0.4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

   (a) dimostrare che $\lambda = 0$ non appartiene allo spettro di A;

   (b) verificare la convergenza del metodo di Gauss Seidel per il calcolo della soluzione del sistema

$$A\,x = b,$$

   ove $b \in \mathbb{R}^5$ è assegnato;

   (c) scrivere tutti i comandi MATLAB per il calcolo del fattore asintotico di convergenza e del tasso asintotico di convergenza del metodo di Gauss Seidel applicato al sistema.

2. Data una funzione $f \in C^3[1, 1.5]$, la cui derivata terza soddisfa le seguenti limitazioni

$$-0.2 \leq f'''(x) \leq -0.1 \quad \forall x \in [1, 1.5],$$

   (a) maggiorare il valore assoluto dell'errore teorico che si commette approssimando in un punto comunque prefissato dell'intervallo $[1, 1.5]$ la funzione data con il polinomio interpolatore relativo a tre nodi arbitrariamente assegnati nell'intervallo;

   (b) nota la funzione f nei tre punti 1, 1.25 e 1.5, dare un'approssimazione di $f(\frac{9}{8})$ più accurata di quella fornita dal polinomio interpolatore relativo ai tre nodi.