Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma

Prova scritta del Corso di Analisi Numerica - 19 Giugno 2013

1. Assegnata la matrice $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & \alpha \\ 0 & \beta & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

   (a) trovare i valori di α e β per i quali A risulta simmetrica definita positiva;

   (b) posto $\alpha = 1$, stabilire una condizione sufficiente a garantire che β sia un autovalore semplice di A;

   (c) posto $\beta = 1$, valutare le proprietà di convergenza del metodo di Gauss Seidel, al variare di α;

   (d) scrivere i comandi MATLAB per il calcolo del fattore asintotico di convergenza del metodo di Gauss Seidel applicato ad A.

2. Assegnato l'integrale

$$\int_{-1}^{0} x\mathrm{e}^{x} dx,$$

   (a) stabilire se si può assicurare che, qualunque sia il numero di nodi, l'approssimazione fornita dalla formula di Cavalieri-Simpson è una stima per eccesso o per difetto;

   (b) ipotizzando che siano note le ordinate della funzione integranda nei nodi

$$x_k = -1 + \frac{k}{8}, \quad k = 0:8,$$

   specificare quali sono i nodi di quadratura coinvolti nella formula di Cavalieri-Simpson per ogni possibile suddivisione in sottointervalli, e scrivere la chiamata alla function MATLAB **simpsonc** nel caso in cui si ritiene che l'errore sia minore.

3. Stabilire per quali valori del passo di discretizzazione h sia il metodo di Eulero esplicito che il metodo di Eulero implicito applicati al problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{3\mathrm{i}-4}{5} y(t) & t > 0, \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

   sono assolutamente stabili.