Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma

Prima prova in itinere del Corso di Analisi Numerica - 23 Aprile 2013

1. Data la funzione
$$f(x) = 3 - \frac{5}{x} + 2x,$$
   (a) scrivere punto iniziale e relazione ricorrente del metodo di Newton per la ricerca dell'unica radice negativa dell'equazione $f(x) = 0$. Motivare la scelta effettuata;

   (b) eseguire il primo passo del metodo e commentare il risultato ottenuto.

2. Dati la matrice $A \in \mathbb{R}^{5\times 5}$ ed il vettore $b \in \mathbb{R}^5$
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 5/2 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & -1 & 9 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$
   (a) dimostrare che il sistema lineare $Ax = b$ ammette un'unica soluzione;

   (b) dimostrare che il metodo di Jacobi applicato al sistema lineare $Ax = b$ converge alla soluzione e scrivere i comandi MATLAB per il calcolo del fattore asintotico di convergenza;

   (c) scrivere i comandi per risolvere il sistema lineare $Ax = b$ tramite la fattorizzazione LU della matrice A, facendo uso dei codici **lu2**, **backward** e **forward**.

3. Dimostrare che

   (a) il raggio spettrale di una matrice $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ è maggiorato da una qualsiasi norma consistente di A;

   (b) il numero di condizionamento in norma spettrale di una matrice unitaria è ottimale;

   (c) il numero di condizionamento in norma di Frobenius di una matrice ortogonale è ottimale.