Corso di Laurea in Tecniche per l'Architettura e la Costruzione

MATEMATICA 1

ESERCITAZIONE N.9

1. Calcolare i seguenti limiti

$$a)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2x+3}{2\sqrt{x^4+x}} \qquad b)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x^3+2}{x-10x^3}$$

$$c)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{x^4+5x^3+2}{x^2+100} \qquad d)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+1}{3x^3+x^2+1}$$

$$e)\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3} \qquad f)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2x^2+1}}$$

$$g)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x} \qquad h)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x^{10}}$$

$$i)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{3x}} \qquad l)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^{-x}}{x^{10}}$$

$$m)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\log x^3}{3x} \qquad n)\ \lim_{x\to+\infty}\log\frac{1}{x}$$

2. Calcolare i seguenti limiti

$$a)\ \lim_{x\to0}\sqrt{x}\cos\frac{1}{x^2} \qquad b)\ \lim_{x\to0}\frac{\sin x}{\sin 3x}$$

$$c)\ \lim_{x\to4}\frac{x^3+2}{x-4} \qquad d)\ \lim_{x\to-1}\frac{x^2-1}{x-1}$$

$$e)\ \lim_{x\to0}\frac{\mathrm{e}^x-1}{\sqrt{x}} \qquad f)\ \lim_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2x^2+1}}$$

$$g)\ \lim_{x\to0}\frac{x^2+4x}{\sqrt{x^4+x}} \qquad h)\ \lim_{x\to0}\frac{\mathrm{e}^{2x}}{x^{10}}$$

$$i)\ \lim_{x\to1^-}\frac{x^2-3x+2}{|x-1|} \qquad l)\ \lim_{x\to2^-}\frac{|x-2|}{4-x^2}$$

$$m)\ \lim_{x\to0}\sqrt{\frac{\operatorname{tg}x}{2x}} \qquad n)\ \lim_{x\to-1}\frac{\sin(2x+2)}{x^2-1}$$

3. Determinare il dominio e l'insieme di continuità delle seguenti funzioni

$$a)\ f(x)=\sin(x^2)+x-2 \qquad b)\ f(x)=\mathrm{e}^{x+2x^2}$$

$$c)\ f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2+1}} \qquad d)\ f(x)=\begin{cases}\sqrt{\frac{x^2-1}{|x-1|}} & \text{se } x\neq1\\ 0 & \text{se } x=1\end{cases}$$

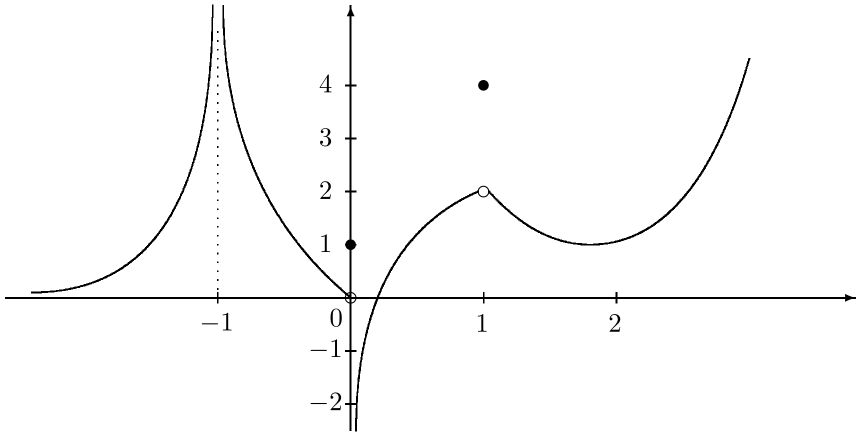
$$e)\ f(x)=\log\left(x^2-1\right) \qquad f)\ f(x)=\operatorname{tg}6x$$

$$g)\ f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-3x+2}{|x-1|} & \text{se } x\neq1\\ 0 & \text{se } x=1\end{cases} \qquad h)\ f(x)=\begin{cases}x-2 & \text{se } x\geq1\\ 2-x & \text{se } x<1\end{cases}$$

$$e)\ f(x)=\begin{cases} x\log|x| & \text{se } x\neq 0\\ 1 & \text{se } x=0\end{cases} \qquad f)\ f(x)=\log(1+\cos x)$$

4. Calcolare i limiti (destro e sinistro) agli estremi del dominio e negli eventuali punti di discontinuità delle funzioni dell'esercizio precedente. Determinarne il tipo di discontinuità.

5. Osservando il grafico di f



determinare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 1} f(x) \qquad \lim_{x\to 0^+} f(x) \qquad \lim_{x\to 0^-} f(x) \qquad \lim_{x\to -1^+} f(x) \qquad \lim_{x\to -1^-} f(x)\,.$$

Quanto valgono $f(0)$ e $f(1)$?

6. Determinare il parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ in modo che la seguente funzione sia continua su tutto $\mathbf{R}$

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2+2 & \text{se } x\leq 1\\ \alpha-2x & \text{se } x>1.\end{cases}$$

Una volta determinato tale valore di α provare a disegnarne il grafico e confrontarlo con il grafico corrispondente ad altri valori di α.

7. Determinare il valore del parametro α in modo che la seguente funzione sia continua

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin\sqrt{3|x|}}{(x^2+1)\sqrt{|x|}} & \text{se } x\neq 0\\ \alpha & \text{se } x=0.\end{cases}$$

8. Associare ogni funzione (a)–(f) a uno dei grafici I–VI, giustificando la scelta

$(a)\ \ f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ $\qquad (b)\ \ f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ $\qquad (c)\ \ f(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}$

$(d)\ \ f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ $\qquad (e)\ \ f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^2}$ $\qquad (f)\ \ f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$

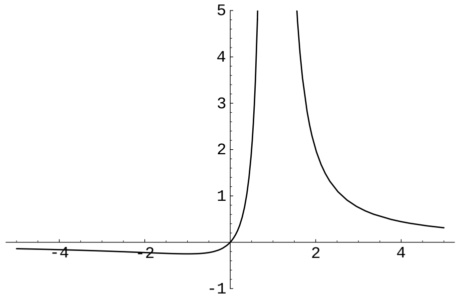


Figura 1: I

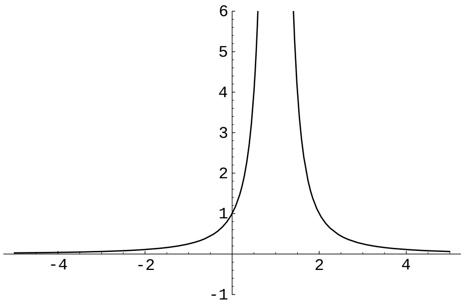


Figura 2: II

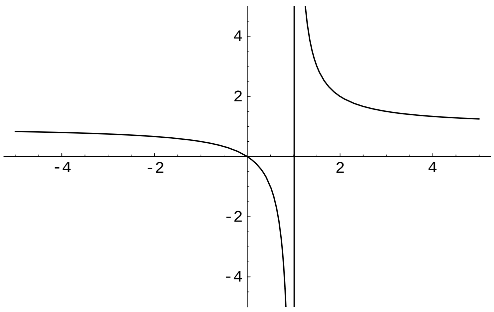


Figura 3: III

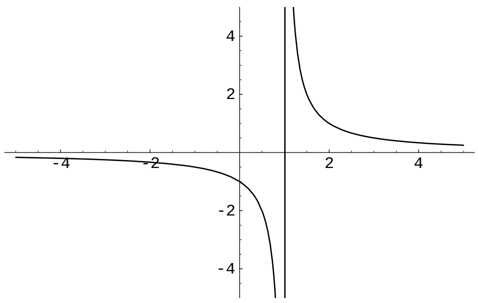


Figura 4: IV

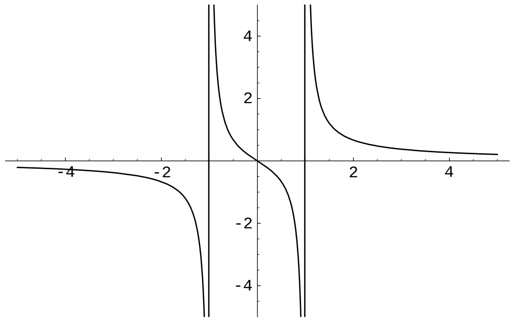


Figura 5: V

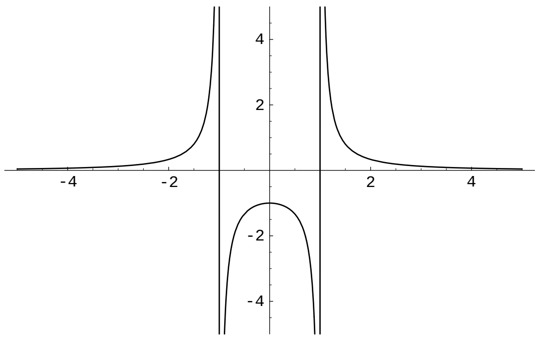


Figura 6: VI