

ESERCITAZIONE N.5

1. Calcolare il determinante delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & 1 \\ 2 & \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Determinare i valori del parametro λ per i quali il determinante della seguente matrice

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix}$$

sia nullo.

3. Determinare, usando il determinante, il rango delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -6 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 0 \\ 3 & -5 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Dire per quali valori del parametro k le seguenti matrici hanno rango 2

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -k \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2k & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2k & 0 & 1 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 2 & -k & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Determinare al variare del parametro k il rango delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} k & 0 & -1 \\ 3 & k & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 3 \\ 2+k & 1 & -2 & -6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} k & 0 & -1 \\ 2 & -5 & 0 \\ 3 & k & -1 \end{pmatrix}$$

In particolare, per quali valori di k queste matrici hanno rango massimo?

6. Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 1 \\ -x + 3y + 5z = 3 \\ y + 2x + 2kz = 2 \end{cases}$$

(cioè dire per quali valori di k il sistema è incompatibile, per quali ammette una soluzione e per quali infinite soluzioni).

7. Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} x - 3y = -k \\ x + ky = 0 \\ 2x - 2y = -1 \end{cases}$$

(cioè dire per quali valori di k il sistema è incompatibile, per quali ammette una soluzione e per quali infinite soluzioni).

8. Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} (k-2)z - kx + 2y = 1 \\ x - 2ky + z = 3 \end{cases}$$

(cioè dire per quali valori di k il sistema è incompatibile, per quali ammette una soluzione e per quali infinite soluzioni).

9. Dire per quali valori di k ci sono soluzioni non banali del seguente sistema omogeneo

$$\begin{cases} 3x + 2y - kz = 0 \\ x + 2z = 0 \\ y + x + 2z = 0 \end{cases}$$

Determinare quindi il sottospazio delle soluzioni.

10. Determinare un valore di k per cui il sistema

$$\begin{cases} x - 2y + kz = 1 \\ -2x + 2ky - 4z = -2 \\ ky - x - 2z = -1 \end{cases}$$

ha ∞^2 soluzioni. Per quel valore di k , determinare una soluzione.

11. Determinare tutte le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$