Corso di Laurea in Tecniche per l'Architettura e la Costruzione

MATEMATICA 1 - Garroni

ESERCITAZIONE N.2

1. Dati i vettori $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ calcolare i seguenti prodotti vettoriali: a) $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$; b) $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_3$; c) $\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3)$.

2. Dati i vettori $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ determinare un vettore ortogonale a $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ di lunghezza 1.

3. Dato il triangoli di vertici $(1, 0)$, $(2, -1)$ e $(3, 1)$ calcolarne l'aria.

4. Calcolare l'area del poligono di vertici $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(0, 0)$, $(4, 0)$ e $(-1, 2)$.

5. Dati i vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, determinare tre vettori che siano combinazione lineare di $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

6. Dati i due vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, determinare un terzo vettore $\mathbf{z}$ vettore che sia linearmente indipendente da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ (ossia in modo che $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{z}$ siano linearmente indipendenti).

7. Svolgere l'esercizio precedente con $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

8. Dire se i vettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sono linearmente dipendenti o indipendenti.

9. Scrivere il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ come combinazione lineare di $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

10. Determinare il parametro λ in modo che i vettori $\begin{pmatrix} \lambda \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ siano linearmente dipendenti.

11. Verificare che i vettori $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ formano una base per E^2. Scrivere i vettori della base canonica $\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ come combinazione lineare di $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$.

12. Determinare il parametro k in modo che il vettore $\begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ sia combinazione lineare di $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

13. Dati due vettori del piano $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ che siano linearmente indipendenti, consideriamo il vettore $\mathbf{z} = 3\mathbf{u} - 4\mathbf{v}$ e $\mathbf{w} = (\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{v}$. dire se le terne di vettori $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{z}\}$ e $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ sono linearmente dipendenti o indipendenti.