Corso di Laurea in Tecniche per l'Architettura e la Costruzione

MATEMATICA 1 - Garroni

ESERCITAZIONE N.1

1. Disegnare tre vettori del piano $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ non paralleli e determinare graficamente i vettori
   (a) $\mathbf{v}+\mathbf{u}-\mathbf{w}$
   (b) $2\mathbf{u}+\mathbf{v}$,
   (c) $\mathbf{u}-\frac{1}{2}\mathbf{w}$,
   (d) $-\mathbf{u}-2\mathbf{v}$
2. Dati due vettori $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ determinare e poi disegnare i seguenti vettori
   (a) $2\mathbf{u}_1+\mathbf{u}_2$,
   (b) $\mathbf{u}_1-\mathbf{u}_2$,
   (c) $-\mathbf{u}_1-2\mathbf{u}_2$,
   (d) $\sqrt{2}\mathbf{u}_2$ (quanto è lungo questo vettore?)
3. Costruire geometricamente il vettore $\mathbf{u}=\mathbf{u}_1+2\mathbf{u}_2+\mathbf{u}_3$ dove $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{u}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Disegnare poi il vettore $\mathbf{u}-2\mathbf{u}_3$.
4. Determinare un vettore parallelo a $\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -2 \end{pmatrix}$.
5. I due vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ sono paralleli?
6. Determinare un vettore parallelo a $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ di lunghezza pari a 2.
7. Determinare un vettore del piano ortogonale a $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.
8. I due vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ sono ortogonali? E i vettori $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{2} \\ 6 \end{pmatrix}$, lo sono (ortogonali)?
9. Determinare un vettore dello spazio ortogonale a $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.
10. Determinare un vettore di norma 1 ortogonale al vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.
11. Determinare il parametro λ in modo che il vettore $\begin{pmatrix} -2 \\ \lambda \end{pmatrix}$ sia parallelo al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$.
12. Determinare il parametro λ in modo che il vettore $\begin{pmatrix} -7 \\ \lambda \end{pmatrix}$ sia ortogonale al vettore $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Sapreste trovarlo graficamente?
13. Determinare il parametro λ in modo che sia $\begin{pmatrix} 2 \\ 12 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \pi \\ 2\pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}$

14. Dati i vettori $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, calcolarne la lunghezza (norma) e calcolare i seguenti prodotti scalari:

    (a) $< \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 >$,

    (b) $< \mathbf{2}u_1, \mathbf{u}_2 + \mathbf{u}_3 >$,

    (c) $< \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_3 >$

15. Dato il vettore $\mathbf{u}_1$ come nell'esercizio precedente, determinare il parametro k in modo che il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ k \\ -1 \end{pmatrix}$ gli sia ortogonale.

16. Stabilire se l'angolo tra i vettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ è maggiore o minore di 45 gradi.

17. Determinare il parametro k in modo che il vettore $\begin{pmatrix} k \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ sia combinazione lineare di $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.