

Corso di Analisi Matematica per Ingegneria Aerospaziale (Secondo canale: Cognomi L-Z - Prof. Andrea Dall'Aglio)

Testo consigliato:

- Michiel Bertsch, Roberta Dal Passo: *Elementi di Analisi Matematica* - Aracne.

Testi consigliati per gli esercizi: Uno tra i seguenti testi:

- M. Amar, A.M. Bersani: *Esercizi di Analisi Matematica (seconda edizione)* - Esculapio/Progetto Leonardo
- P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica, Vol. 1, prima e seconda parte* - Liguori.

E inoltre, i testi degli esami precedenti e altri esercizi raccolti sulla pagina web del corso.

Programma d'esame - A.A. 2006-2007

Elementi di base: Insiemi numerici: numeri naturali, interi, razionali. Prodotto cartesiano. Operazioni. Ordinamento. Allineamenti decimali. Numeri reali. Densità. Valore assoluto. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore. Proprietà di completezza. Radicali. Potenze. Logaritmi. Funzioni, dominio, codominio, immagine, grafico. Funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive, biettive. Funzione inversa. Principio di induzione. Disuguaglianza di Bernoulli. Binomio di Newton (s.d.)

Riferimento sul testo consigliato: §§ 1.1, 1.2 (Teorema 1.2 s.d.), 1.3, A.5, Teorema 1.11 (s.d.).

Funzioni reali di una variabile reale: Concetti di base: funzioni crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Funzioni pari e dispari. Funzione di Heaviside, funzione segno, parte intera e parte frazionaria (mantissa). Funzioni lineari e funzioni potenza*. Esponenziali e logaritmi*. Polinomi quadratici*. Funzioni trigonometriche*. Funzioni arcoseno, arcocoseno, arcotangente*. Funzioni composte. Domini e grafici. Semplici trasformazioni di grafici.

Riferimento sul testo consigliato: §§ 2.1, 2.2, 2.3, 2.4.

* Argomenti svolti nel percorso: fanno parte dei prerequisiti.

Limiti: Intorni. Retta ampliata. Punti di accumulazione, punti isolati. Funzioni limitate. Punti di massimo e minimo (assoluto e relativo). Limiti di funzioni reali di una variabile reale. Unicità del limite. Infiniti e infinitesimi. Limiti destro e sinistro, per eccesso e per difetto. Proprietà elementari dei limiti: teorema della permanenza del segno, teorema del confronto (dei carabinieri), limiti notevoli. Limite della somma di funzioni, del multiplo di una funzione per una costante (s.d.), del prodotto di funzioni (s.d.), del rapporto (s.d.). Estensione a limiti infiniti, divisione per zero, etc. Forme indeterminate e loro risoluzione. Cambiamento di variabili nei limiti, limite di funzione composta (s.d.). Limiti di funzioni monotone (s.d.). Limiti di potenze, esponenziali, logaritmi (s.d.). Limiti di successioni. Successioni convergenti, divergenti, irregolari. Principali teoremi sui limiti di successioni: permanenza del segno, limitatezza delle successioni convergenti, teorema del confronto, limiti di successioni monotone. Teorema "ponte" tra limiti di successioni e limiti di funzioni (s.d.) e non esistenza di limiti. Limiti notevoli. Infinitesimi, infiniti e confronti. Ordine di infinitesimo e di infinito. Principio di sostituzione degli infinitesimi e degli infiniti. Notazione di Landau con gli "o piccoli". Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Il numero e , e relativi limiti notevoli. Sottosuccessioni, teorema di Bolzano-Weierstrass (Teorema 3.16, s.d.). Successioni di Cauchy. Criterio di Cauchy (s.d.)

Riferimento sul testo consigliato: §§ 3.1 (eccetto: insiemi densi, Teoremi 3.1, 3.2, 3.3), 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 (Teorema 3.7 dim. solo ii), Teorema 3.10 s.d.), 3.6 (Teorema 3.11 s.d.), 3.7, 3.8, 3.9 (Teorema 3.16 s.d.), 3.10 (Teorema 3.18 s.d., Teorema 3.19 escluso). Appunti sul principio di sostituzione di infiniti e infinitesimi, dalla pagina web del corso.

Funzioni continue: Funzioni continue in un punto, in un intervallo. Continuità da destra e da sinistra. Continuità di somma, prodotto, rapporto, valore assoluto, composizione di funzione continue. Teorema della permanenza del segno per funzioni continue. Classificazione dei punti di discontinuità. Discontinuità di funzioni monotone. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su un intervallo. Continuità della funzione inversa (s.d.). Teorema di Weierstrass.

Riferimento sul testo consigliato: §§ 4.1 (Teorema 4.6 s.d.).

Calcolo differenziale: Derivata, interpretazione geometrica, retta tangente al grafico di una funzione. Derivata destra e sinistra. Flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi. Regole per la derivata di somme, prodotti, rapporti. Derivata di una funzione composta (s.d.). Derivata della funzione inversa (s.d.). Derivate delle funzioni elementari. Calcolo di derivate. Estremi locali e derivate. Determinazione degli estremi assoluti di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato. Teoremi di Lagrange, di Rolle, di Cauchy, loro significato geometrico e principali applicazioni: calcolo di derivate destre e sinistre, teoremi sulle funzioni primitive. Criteri di monotonia e stretta monotonia. Teorema di De l'Hôpital (dim.

solo per il rapporto di funzioni infinitesime per $x \rightarrow x_0$). Polinomi di Taylor. Teorema di Peano sul resto, e applicazioni al calcolo dei limiti. Sviluppi di MacLaurin delle principali funzioni. Studio dei punti stazionari mediante le derivate successive. Funzioni convesse, strettamente convesse, concave, strettamente concave, punti di flesso. Studio di funzioni. Forma di Lagrange del resto di Taylor (s.d.) e applicazioni al calcolo approssimato.

Riferimento sul testo consigliato: §§ 5.1, 5.2, 5.3 (escluso Corollario 5.1, Teorema 5.5 s.d.), 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 (escluso par. 5.8.3), 5.9 (Teorema 5.15 dimostrato solo per il rapporto di funzioni infinitesime per $x \rightarrow x_0$), 5.10, 5.11, 5.12 (Teoremi 5.18 e 5.19 s.d., Lemma 5.20 escluso), 5.13, 5.14 (Teorema 5.22 s.d.), 5.16.

Integrali: Funzioni integrabili secondo Riemann. Integrale di Riemann. Integrabilità delle funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni continue (s.d.). Proprietà dell'integrale (s.d.). Valor medio. Teorema della media. Integrali definiti e indefiniti. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Derivazione di funzioni integrali. Calcolo degli integrali. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Principali sostituzioni per ricondursi a integrali di funzioni razionali. Integrali impropri. Criteri di convergenza: criteri del confronto. Convergenza assoluta (s.d.).

Riferimento sul testo consigliato: §§ 6.1, 6.2 (escluso Teorema 6.1, Teoremi 6.2 e 6.4 s.d.), 6.3 (Teorema 6.5 s.d.), 6.4, 6.5, 6.6 (esclusa scomposizione di Hermite), 6.7 (Teorema 6.10 s.d.).

Numeri complessi: Definizioni principali. Parte reale, parte immaginaria, operazioni nei numeri complessi. Numeri complessi coniugati. Rappresentazione trigonometrica dei numeri complessi. Modulo, argomento, moltiplicazione di numeri complessi in forma trigonometrica. Formula di De Moivre, potenze di un numero complesso. Rappresentazione esponenziale. Radici complesse. Teorema fondamentale dell'algebra (s.d.). Scomposizione di polinomi a coefficienti reali.

Riferimento sul testo consigliato: §§ 7.1, 7.2, 7.3 (Teorema 7.4 s.d.).

Serie: Definizioni principali. Somme parziali. Serie convergenti, divergenti, irregolari. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie armonica, serie armonica generalizzata, serie geometrica. Confronto tra integrali impropri e serie numeriche. Serie a termini non negativi: criteri del confronto, della radice, del rapporto (quest'ultimo s.d.). Criterio di Leibniz per le serie a termini di segno alterno. Criterio della convergenza assoluta (s.d.). Serie di potenze. Raggio di convergenza. Integrazione e derivazione termine a termine di serie di potenze (s.d.) (escluse serie di potenze nei numeri complessi). Serie di Taylor. Principali serie di Taylor.

Riferimento sul testo consigliato: §§ 8.1 (escluso Teorema 8.2; Teoremi 8.6 e 8.8 s.d.), 8.2 (Teoremi 8.10, 8.12–8.15 s.d.).

Cenni sulle funzioni di più variabili: Lo spazio vettoriale \mathbb{R}^n , modulo (o norma) di un vettore. Distanza tra vettori. Intorni sferici. Insiemi chiusi, aperti. Insiemi limitati. Funzioni di due variabili: dominio, rappresentazione cartesiana. Limiti di funzioni di due o tre variabili. Funzioni continue. Teorema di Weierstrass (s.d.). Derivate direzionali, derivate parziali. Gradiente. Differenziabilità. Piano tangente al grafico. Differenziabilità e continuità. Criterio di differenziabilità (s.d.). Derivate di ordine superiore e teorema di Schwarz (s.d.). Massimi e minimi assoluti e relativi. Classificazione dei punti critici.

Riferimento sul testo consigliato: §§ 9.1, 9.1.1 (solo intorni, insiemi chiusi, aperti, limitati, frontiera, punti di accumulazione, esclusi paragrafi 9.1.2, 9.1.3, 9.1.4), 9.2 (limitatamente al caso di funzioni a valori reali) (eccetto successioni e relativi teoremi, insiemi compatti, Teoremi 9.5, 9.6 e uniforme continuità), 9.3, 9.4.1, 9.4.2 (eccetto differenziali; Teorema 9.9 escluso), 9.4.3 (solo derivate di ordine superiore e Teorema 9.11), 11.1. Tutti gli enunciati sono senza dimostrazione, eccetto la relazione tra differenziabilità e continuità.

(s.d.) = senza dimostrazione

Questo documento è disponibile sul sito internet
<http://www.dmmm.uniroma1.it/~aglio/am-aero/>