ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

1. Disegnare l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 \leq 1 \ , \ 2y \geq x - 1 \ , \ y \leq 1 - x\}$$

e scrivere una formula di riduzione per

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy \, ,$$

per ogni funzione continua f.

2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt[3]{y^2 - x} \\ y(x_0) = y_0 \, , \end{cases}$$

individuare una coppia (x_0, y_0) tale che si possa applicare il teorema di esistenza e unicità locale, e una coppia tale che non si possa applicare il teorema (non si richiede di risolvere esplicitamente il problema di Cauchy).

3. Dimostrare che lo sviluppo in serie di Fourier una funzione regolare a tratti, periodica e pari è costituito da soli coseni.

4. Risolvere per serie di potenze il problema

$$\begin{cases} y'' = y + 1 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 0 \, . \end{cases}$$

ISTRUZIONI

Rispondere alle prime tre domande in modo chiaro e sintetico. Solo dopo aver risposto alle prime tre domande rispondere alla quarta. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di alcun testo o appunto.

---

1. Disegnare l'insieme D t.c.

$$\iint_D f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^2 \left(\int_{x^2-2x}^{x^2-2x+2} f(x,y)\,dy \right) dx$$

per ogni funzione continua f, e scrivere la formula per invertire l'ordine di integrazione delle variabili.

---

2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x^2 - y + 1)^{4/5} \\ \\ y(x_0) = y_0\,, \end{cases}$$

individuare una coppia (x_0, y_0) tale che si possa applicare il teorema di esistenza e unicità locale, e una coppia tale che non si possa applicare il teorema (non si richiede di risolvere esplicitamente il problema di Cauchy).

---

3. Dimostrare che lo sviluppo in serie di Fourier una funzione regolare a tratti, periodica e dispari è costituito da soli seni.

---

4. Risolvere per serie di potenze il problema

$$\begin{cases} y'' = y - 1 \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$