CALCOLO DIFFERENZIALE - Ingegneria Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (4/7/2007)

Cognome e nome ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale:

◯ 17–20 luglio; ◯ 23–24 luglio; ◯ 26–27 luglio.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{a\,x^2 + y^2}{x\,(x^2+y^2)}\,dx + \frac{3\,x^2 + 4\,y^2}{y\,(x^2+y^2)}\,dy\,,$$

stabilire per quali valori reali di a è esatta nel suo dominio di definizione. Per tali valori di a, calcolarne una primitiva (potenziale). *(9 punti)*

---

2. Provare che l'equazione

$$e^{xy^2} + \operatorname{sen}(xy) + x^2 + y^2 - 2y = 0$$

definisce implicitamente una funzione $x = \varphi(y)$ in un intorno del punto $(0, 1)$. Studiare il comportamento di $\varphi(y)$ in un intorno di $y = 1$, e determinare il suo polinomio di Taylor di grado 2 centrato in tale punto. *(8 punti)*

---

3. Dato l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbf{R} \;:\; x^2 + y^2 \leq 4\;, x \geq |y| - 2\}\,,$$

calcolare

$$\iint_E x^2\,dx\,dy\;:$$

a) direttamente;

b) tramite un opportuno integrale curvilineo. *(10 punti)*

---

4. Al variare del parametro reale α, trovare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 6y' + \alpha y = 4 \operatorname{sen} x$$

che sono limitate in $[0, +\infty)$. *(9 punti)*

CALCOLO DIFFERENZIALE - Ingegneria Aerospaziale PROVA PRATICA $\diamondsuit$ (4/7/2007)

Cognome e nome ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova orale:

◯ 17–20 luglio; ◯ 23–24 luglio; ◯ 26–27 luglio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{2x^2 - 3y^2}{x\,(x^2+y^2)}\,dx - \frac{x^2+by^2}{y\,(x^2+y^2)}\,dy\,,$$

stabilire per quali valori reali di b è esatta nel suo dominio di definizione. Per tali valori di b, calcolarne una primitiva (potenziale). *(9 punti)*

---

2. Provare che l'equazione

$$\operatorname{tg}(xy) + xy^2 + y^2 - 4y - 5x^2 + 4 = 0$$

definisce implicitamente una funzione $x = \varphi(y)$ in un intorno del punto $(0, 2)$. Studiare il comportamento di $\varphi(y)$ in un intorno di $y = 2$, e determinare il suo polinomio di Taylor di grado 2 centrato in tale punto. *(8 punti)*

---

3. Dato l'insieme

$$E = \big\{(x,y) \in \mathbf{R}\ :\ x^2+y^2 \le 4\ , y \ge \min\{x\,,\,0\}\big\}\,,$$

calcolare

$$\iint_E y^2\,dx\,dy\ :$$

a) direttamente;
b) tramite un opportuno integrale curvilineo.
(10 punti)

---

4. Al variare del parametro reale α, trovare tutte le soluzioni $y(x)$ dell'equazione differenziale

$$y'' + 4y' + \alpha y = 5\cos x$$

che sono limitate in $[0, +\infty)$. *(9 punti)*