ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (15/6/2009)

Cognome e nome..

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 22-24 giugno; ◯ 24-26 giugno; ◯ dopo il 10 luglio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare, se esistono, le soluzioni definite in tutto $\mathbf{R}$ dell'equazione differenziale

$$y' = -3e^{3x}y - e^{6x}y^2 .$$

(8 punti)

---

2. Data la regione del piano xz

$$D = \{(x,z) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x \geq 0\,,\ 4 \leq x^2 + z^2 \leq 9\,,\ 3z^2 \leq x^2\}\,,$$

disegnare il solido E, contenuto nel semispazio $y \geq 0$, ottenuto ruotando D di un angolo piatto attorno all'asse z. Calcolare il volume di E e le coordinate del suo baricentro. *(8 punti)*

---

3. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{x}{x+y-4}\,,$$

a) trovarne e disegnarne il dominio;
b) trovare e classificare eventuali punti critici di f;
c) trovare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme

$$T = \{(x,y) \ : \ x^2 + y^2 \leq 4\}\,;$$

d) trovare estremo superiore ed estremo inferiore di f in tutto il suo dominio. *(8 punti)*

---

4. Dati l'insieme

$$D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 - 4y \leq 0\,,\ y \geq x\}\,,$$

e la forma differenziale $\omega = x(y-2)\,dx + x^2\,dy$, calcolare l'integrale $\displaystyle\int_{+\partial D} \omega$. *(7 punti)*

---

5. Data l'equazione

$$\frac{\ln x}{\cos y} + \operatorname{tg}^2 y + y(1-\sqrt{x}) = 0\,,$$

dimostrare che in un intorno del punto $(1,\pi)$ essa individua implicitamente una funzione $y = \varphi(x)$ oppure $x = \psi(y)$. Trovare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine della funzione così trovata (con punto iniziale 1 o π). *(6 punti)*

ANALISI MATEMATICA II - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (15/6/2009)

Cognome e nome..

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 22-24 giugno; ◯ 24-26 giugno; ◯ dopo il 10 luglio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Determinare, se esistono, le soluzioni definite in tutto $\mathbf{R}$ dell'equazione differenziale

$$y' = -2e^{2x}y - e^{4x}y^2 .$$

(8 punti)

---

2. Data la regione del piano xz

$$D = \left\{(x,z) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x \geq 0\,,\ z \leq 0\,,\ 4 \leq x^2 + z^2 \leq 9\,,\ z^2 \leq 3x^2\right\},$$

disegnare il solido E ottenuto ruotando D di un angolo giro attorno all'asse z. Calcolare il volume di E e le coordinate del suo baricentro. *(8 punti)*

---

3. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{y}{x-y+6}\,,$$

a) trovarne e disegnarne il dominio;
b) trovare e classificare eventuali punti critici di f;
c) trovare massimo e minimo assoluti di f nell'insieme

$$T = \{(x,y) \ : \ x^2 + y^2 \leq 9\}\,;$$

d) trovare estremo superiore ed estremo inferiore di f nel suo dominio. *(8 punti)*

---

4. Dati l'insieme

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \ : \ x^2 + y^2 - 6x \leq 0\,,\ y \leq x\right\},$$

e la forma differenziale $\omega = 2y^2\,dx + (x-3)y\,dy$, calcolare l'integrale $\displaystyle\int_{+\partial D} \omega$. *(7 punti)*

---

5. Data l'equazione

$$2\cos^2 y - y(\sqrt{x+1} - 1) + \frac{\ln(1+x)}{\operatorname{sen} y} = 0\,,$$

dimostrare che in un intorno del punto $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ essa individua implicitamente una funzione $y = \varphi(x)$ oppure $x = \psi(y)$. Trovare lo sviluppo di Taylor del secondo ordine della funzione così trovata (con punto iniziale 0 o $\frac{\pi}{2}$). *(6 punti)*